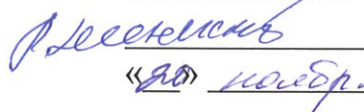


Утверждаю:

Председатель методической
комиссии по профилю
«Математика»

 В.Н. Деснянский
«я» ноября 2024 г.

**ФГАОУ ВО РУТ (МИИТ)
МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ «НАВИГАТОР»
ПО ПРОФИЛЮ «МАТЕМАТИКА»
2024-2025 УЧ. ГОД
Заключительный этап
9-11 класс
Вариант 1**

Задание №1

Найдите в явном виде целое число, заданное выражением:

$$\sqrt{|12\sqrt{5} - 29|} - \sqrt{12\sqrt{5} + 29}$$

Задание №2

Три бегуна стартовали по круговой дорожке одновременно с одного места и в одном направлении. Первый впервые обогнал второго через 5 минут, а второй обогнал третьего через 7 минут. Через сколько минут после старта первый впервые обогнал третьего?

Задание №3

Плоская фигура S представлена в виде множества точек (x, y) , удовлетворяющих неравенству:

$$(|x| + |1 - |y| - 1|^2 \leq 1$$

Нарисуйте эту фигуру и найдите ее площадь.

Задание №4

Решите уравнение:

$$\operatorname{ctg}^3 x + \operatorname{ctg}^3 2x + \operatorname{ctg}^3 3x = (\operatorname{ctg} x + \operatorname{ctg} 2x + \operatorname{ctg} 3x)^3$$

Задание №5

Найдите все функции $f(x)$, удовлетворяющие уравнению:

$$f(x) + (x - 2)f(1) + 3f(0) = x^3 + 2$$

Задание №6

Точка D расположена на стороне MN треугольника LMN так, что $ND:DM=1:2$. При повороте этого треугольника на некоторый угол вокруг точки D вершина L переходит в вершину N, а вершина M в точку A, лежащую на продолжении LM за точку L.

Найдите углы треугольника LMN.

Задание №7

Найдите $\min(2y - x)$ где (x, y) удовлетворяют неравенству $2y - 5x \geq 4x^2 + 5$

Задание №8

Найдите все целочисленные решения системы неравенств:

$$\begin{cases} x^3 - 3y^2 - 4x + 18y - 26 > 0 \\ x^3 + y^2 - 4x - 8y + 14 < 0 \end{cases}$$

Утверждаю:

Председатель методической
комиссии по профилю
«Математика»

Деснянский В.Н. Деснянский
«*10*» *ноября* 2024 г.

**ФГАОУ ВО РУТ (МИИТ)
МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ «НАВИГАТОР»
ПО ПРОФИЛЮ «МАТЕМАТИКА»
2024-2025 УЧ. ГОД
Заключительный этап
9-11 класс
Вариант 2**

Задание №1

Найдите в явном виде целое число, заданное выражением:

$$\sqrt{9 + \sqrt{45}} - \sqrt{1,5} - \sqrt{7,5} + 1$$

Задание №2

Три бегуна стартовали по круговой дорожке одновременно с одного места и в одном направлении. Первый впервые обогнал второго через три минуты, а еще через две минуты в третий раз обогнал третьего.

Через сколько минут после старта второй впервые обогнал третьего?

Задание №3

Плоская фигура S представлена в виде множества точек (x, y) , удовлетворяющих неравенству:

$$(|y| + |1 - |x|| - 1)^2 \leq 1$$

Найдите площадь этой фигуры и нарисуйте ее на плоскости (x, y)

Задание №4

Решите уравнение:

$$\cos^3 x + \cos^3 2x + \cos^3 3x = (\cos x + \cos 2x + \cos 3x)^3$$

Задание №5

Функция $f(x)$ для всех x удовлетворяет уравнению

$$f(x + 1) = f(x) + 2x + 1$$

Найдите $f(2001)$, если $f(0) = 0$

Задание №6

При повороте треугольника KLM на угол 120° вокруг точки A, лежащий на стороне KL, вершина M переходит в вершину K, а вершина L в точку P, лежащую на продолжении стороны LM за точку M.

Найдите отношение площадей треугольников KLM и LPA.

Задание №7

Найдите $\min 3y-2x$ для тех (x,y) , которые удовлетворяют неравенству:

$$3y + 2x \geq x^2 + 5$$

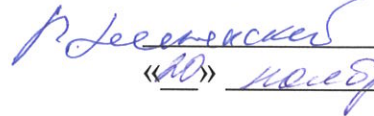
Задание №8

Найдите все целочисленные решения системы неравенств:

$$\begin{cases} y^3 - 3x^2 - y + 18x - 26 > 0 \\ y^3 + x^2 - y - 8x + 14 < 0 \end{cases}$$

Утверждаю:

Председатель методической
комиссии по профилю
«Математика»

 В.Н. Деснянский
«10» ноября 2024 г.

**ФГАОУ ВО РУТ (МИИТ)
МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ «НАВИГАТОР»
ПО ПРОФИЛЮ «МАТЕМАТИКА»
2024-2025 УЧ. ГОД
Заключительный этап
9-11 класс
Вариант 3**

Задание №1

Найдите в явном виде целое число, заданное выражением:

$$\sqrt{|40\sqrt{2} - 57|} - \sqrt{40\sqrt{2} + 57}$$

Задание №2

Три бегуна стартовали по круговой дорожке одновременно с одного места и в одном направлении. Первый впервые обогнал второго через шесть минут, второй обогнал впервые третьего через четыре минуты.

Через сколько минут после старта первый впервые обогнал третьего?

Задание №3

Плоская фигура S представлена в виде множества точек (x, y) , удовлетворяющих неравенству:

$$(|x| + |2 - |y|| - 2)^2 \leq 4$$

Нарисуйте эту фигуру и найдите ее площадь.

Задание №4

Решите уравнение:

$$\sin^3 x + \sin^3 2x + \sin^3 3x = (\sin x + \sin 2x + \sin 3x)^3$$

Задание №5

Найдите все функции $f(x)$, удовлетворяющие уравнению

$$f(x) + (1 - x)f(0) + f(-1) = x^3 - 3$$

Задание №6

Точка O расположена на стороне AC треугольника ABC так, что $CO:CA=2:3$. При повороте этого треугольника на некоторый угол вокруг точки O вершина B переходит в вершину C , а вершина A в точку D , лежащую на стороне AB .

Найдите отношение площадей треугольников BOD и ABC .

Задание №7

Найдите $\min 4y-3x$ где (x, y) удовлетворяют неравенству:
 $4y - x \geq 4x^2 + 1$

Задание №8

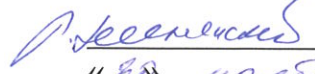
Найдите все целочисленные решения системы неравенств:

$$\begin{cases} y^3 - 3x^2 - 4y + 18x - 26 > 0 \\ y^3 + x^2 - 4y - 8x + 14 < 0 \end{cases}$$

Утверждаю:

Председатель методической
комиссии по профилю

«Математика»

 В.Н. Деснянский
«10» ноября 2024 г.

**ФГАОУ ВО РУТ (МИИТ)
МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ «НАВИГАТОР»
ПО ПРОФИЛЮ «МАТЕМАТИКА»
2024-2025 УЧ. ГОД
Заключительный этап
9-11 класс
Вариант 4**

Задание №1

Найдите в явном виде целое число, заданное выражением:

$$\sqrt{|17 - 12\sqrt{2}|} \cdot \sqrt[3]{5\sqrt{2} + 7}$$

Задание №2

Три бегуна стартовали по круговой дорожке одновременно с одного места и в одном направлении. Первый впервые обогнал второго через девять минут, второй обогнал впервые третьего через шесть минут.

Через сколько минут после старта первый впервые обогнал третьего?

Задание №3

Плоская фигура S представлена в виде множества точек (x, y) , удовлетворяющих неравенству:

$$(|y| + |1 - |x|| - 1)^2 \leq 9$$

Нарисуйте эту фигуру и найдите ее площадь.

Задание №4

Решите уравнение:

$$tg^3 x + tg^3 2x + tg^3 3x = (tg x + tg 2x + tg 3x)^3$$

Задание №5

Функция $f(x)$ для всех x удовлетворяет уравнению:

$$f(x + 1) = f(x) + 2x + 3$$

Найдите $f(2001)$, если $f(0) = 1$

Задание №6

При повороте треугольника EFG на угол $\arccos\left(\frac{1}{3}\right)$, вокруг точки O, лежащей на стороне EG, вершина F переходит в вершину E, а вершина G в точку H, лежащую на стороне FG.

Найдите отношение, в котором точка O делит сторону EG.

Задание №7

Найдите минимум выражения $3y - 2x$, где x, y удовлетворяют неравенству:

$$3y \geq x^2 + 6$$

Задание №8

Найдите все целочисленные решения системы неравенств:

$$\begin{cases} x^3 - 3y^2 - x + 18y - 26 > 0 \\ x^3 + y^2 - x - 8y + 14 < 0 \end{cases}$$